1.2 CORRIENTE

## Ejercicio 2. Corriente Eléctrica.

A partir de la gráfica de carga $q_{(t)}$en un condensador determine gráfica y analíticamente:

a) Corriente del condensador a través del tiempo; $i_c(t)$.

b) Tensión en el condensador a través del tiempo. $V_c(t)$ .

c) Potencia consumida por el condensador a través del tiempo; $P_c(t)$.

d) Energía consumida por el condensador a través del tiempo; $E_c(t)$.

Teniendo en cuenta que el valor del condensador es $C = 47[\mu F]$ y la tensión inicial sobre el condensador es $V(t_0) = V_{(0ms)} = 0[V]$.

Gráfica 3. Carga eléctrica en función del tiempo$q_{(t)}$.

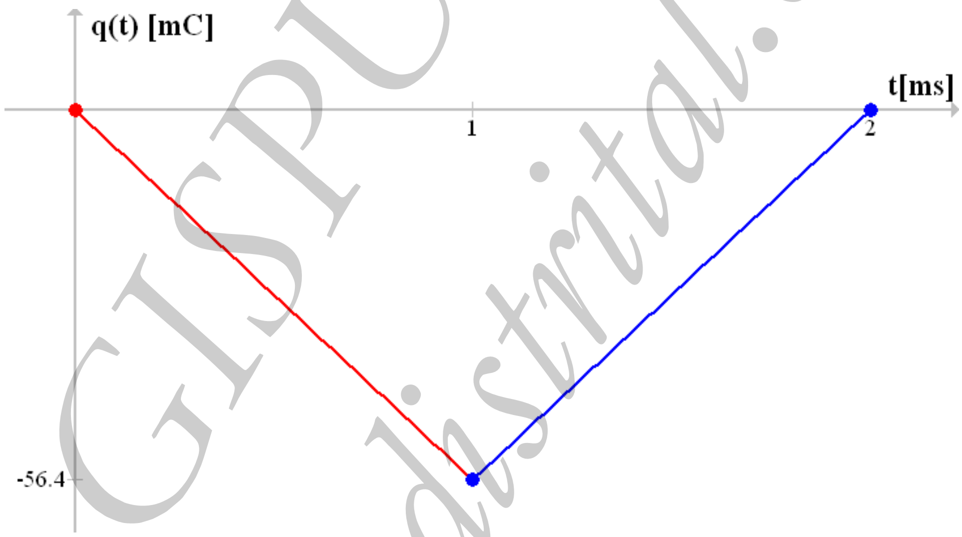
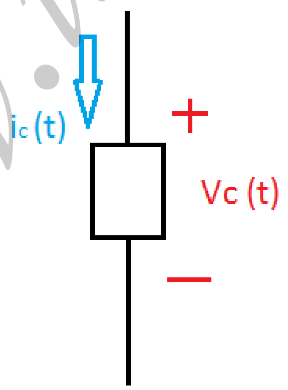



Figura 2. Convención de signos sobre el elemento



Algoritmo de Solución

a) Determinar la corriente del condensador $i_c(t)$:

1. Determinar los intervalos de tiempo presentes en la curva de carga q(t).

Primer intervalo rojo $0 \leq t \leq 1\ [ms]$
Segundo intervalo azul $1 \leq t \leq 2\ [ms]$

2. Determinar la ecuación de carga $q_{(t)}$ para cada uno de los intervalos de tiempo.

Para determinar la ecuación de cada curva es necesario utilizar la siguiente expresión:

$$m = \frac{q_{(t_2)} - q_{(t_1)}}{t_2 - t_1}$$

$$q(t) = mt + b$$

2.1 Pendiente para el primer intervalo:

$$m = \frac{-56{,}4\ [mC] - 0\ [mC]}{1\ [ms] - 0\ [ms]} = -56{,}4\ \frac{[mC]}{[ms]}$$

Término independiente para el primer intervalo:

$$q_{(1ms)} = -56{,}4\ \frac{[mC]}{[ms]} * 1[ms] + b = -56{,}4\ [mC]$$

$$-56{,}4\ [mC] + b = -56{,}4\ [mC] \Longrightarrow b = 0$$

2.2 Pendiente para el segundo intervalo

$$m = \frac{0\ [mC] - (-56{,}4\ [mC])}{2\ [ms] - 1\ [ms]} = 56{,}4\ \frac{[mC]}{[ms]}$$

Término independiente para el segundo intervalo

$$q_{(2ms)} = 56{,}4\ \frac{[mC]}{[ms]} * 2[ms] + b = 0\ [C]$$

$$112{,}8\ [mC] + b = 0$$

$$b = -112{,}8\ [mC]$$

Armando las ecuaciones:

$$q_c(t) = -56{,}4\ t\ [mC] \qquad 0 \leq t \leq 1\ [ms]$$

$$q_c(t) = 56{,}4\ t - 112{,}8\ [mC] \qquad 1 \leq t \leq 2\ [ms]$$

3. Determinar la corriente que circula a través del elemento utilizando la siguiente expresión:

$$i(t) = \frac{d\,q(t)}{dt}$$

3.1 Para el primer intervalo

$$i(t) = \frac{d(-56{,}4t\,[mC])}{dt} = -56{,}4\,\frac{[mC]}{[ms]} \Rightarrow -56{,}4\,[A]$$

$$i(t) = -56{,}4\,[A] \qquad 0 \le t < 1\,[ms] con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

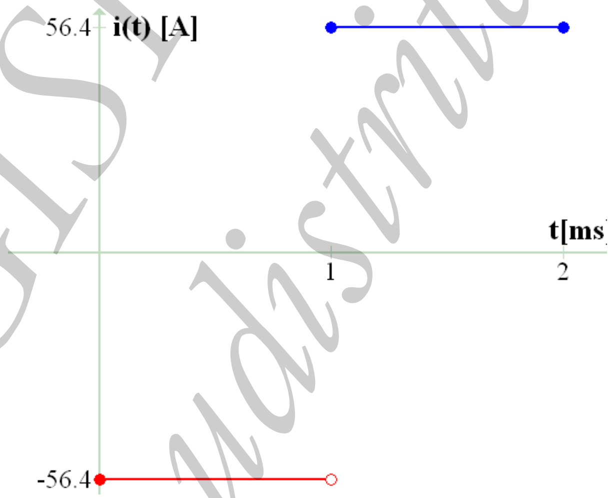
3.2 Para el segundo intervalo

$$i(t) = \frac{d\,(56{,}4\,t - 112{,}8\,[mC])}{dt} = 56{,}4\,\frac{[mC]}{[ms]} = 56{,}4\,[A]$$

$$i(t) = 56{,}4\,[A] \qquad 1 \le t \le 2\,[ms] \qquad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

4. Construir la gráfica de corriente.

Gráfica 4. Corriente eléctrica en función del tiempo $i_{(t)}$.




b) Determine la tensión del condensador:

1. Para determinar la ecuación y la grafica de tensión $V_c(t)$ se debe:

$V_c(t) = \frac{1}{c}\int_{t_0}^{t} i\,dt + V\,(t_0)$es de resaltar que esta ecuación es válida sólo para el condensador donde $\left[\frac{1}{c}\right]$ es uno sobre el valor del condensador. Donde $1[F] = 1\left[\frac{C}{V}\right]$.

1.1 Para el primer intervalo.

$$V_c(t_0) = 0[V]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c}\int_{0_{[ms]}}^{t} -56{,}4\,[A]\,dt + V_{(0ms)}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c} * \left[-56{,}4\,t\,[A]\Big|_{0[ms]}^{t}\right]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c} * \left[-56{,}4\,t\,[A] * [ms] - (-56{,}4 * (0)[A] * [ms])\right]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{47 * 10^{-6}\left[\frac{C}{V}\right]} * \left[-56{,}4\,t\,[A] * [ms] - (-56{,}4 * (0)[A] * [ms])\right]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{47 * 10^{-6}}\left[\frac{V}{C}\right] * -56{,}4 * 10^{-3} t\left[\frac{C}{S}\right] * [S]$$

$$V_c(t) = -1{,}2\,t * 10^{3}[V] \qquad 0 \le t < 1\,[ms]\ \ para\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.2 Para el segundo intervalo primero se determina $V_c(1ms)$

$$V_c(1ms) = -1{,}2 * 10^{3} * (1) = -1{,}2 * 10^{3}[V]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c}\int_{1ms}^{t} i\,dt + V_{(1ms)}$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c}\int_{1_{ms}}^{t} 56{,}4\,[A]\,dt - 1{,}2\,[kV]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{c} * 56{,}4\,[A]\Big|_{1[ms]}^{t} - 1{,}2\,[kV]$$

Manejo de unidades

$$\left[\frac{1}{C/V}\right] * [A] * [S]$$

$$\left[\frac{V}{C}\right] * [A] * [S]$$

$$\left[\frac{V}{C}\right] * \left[\frac{C}{S}\right] * [S]$$

$$\left[\frac{V}{\cancel{C}}\right] * \left[\frac{\cancel{C}}{\cancel{S}}\right] * \cancel{[S]}$$

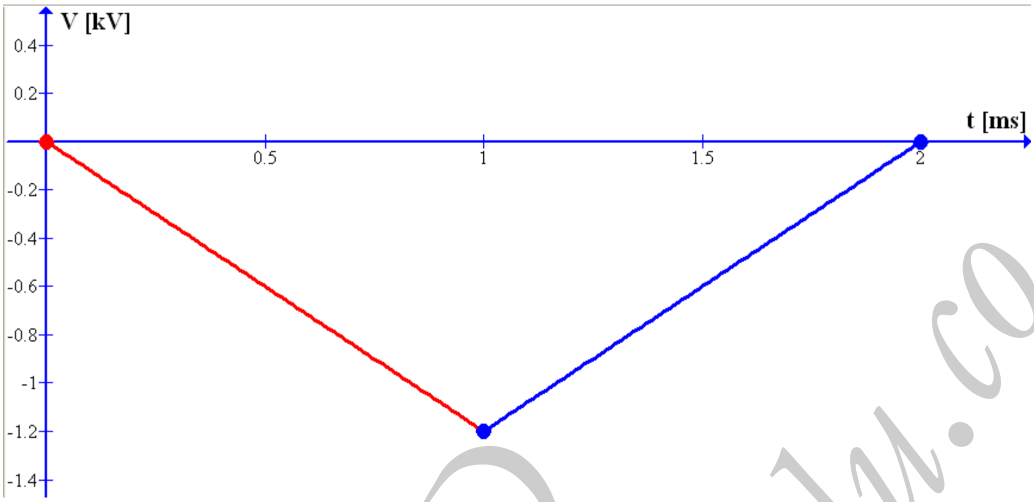
$$V_c(t) = \frac{1}{c} * \left[56{,}4\,[A] * t[ms] - 56{,}4\,[A] * 1\,[ms]\right] - 1{,}2\,[kV]$$

$$V_c(t) = \frac{1}{47 * 10^{-6}}\left[\frac{V}{C}\right]\left[56{,}4 * 10^{-3} t[A] * [S] - 56{,}4 * 10^{-3}[A] * [S]\right] - 1{,}2[kV]$$

$$V_c(t) = 1{,}2\,t\,[kV] - 1{,}2[kV] - 1{,}2\,[kV]$$

$$V_c(t) = 1{,}2\,t - 2{,}4\,[kV]\ 1 \le t \le 2[ms]\ con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

**Gráfica 5.Tensión eléctrica en función del tiempo $V_c(t)$.**




c) Determinar la potencia consumida por el condensador:

1. Para determinar $P_c(t)$ se puede aplicar:

$$P_c(t) = V(t) * i\ (t)$$

Ó

$P_c(t) = C * V * \frac{dv}{dt}$ ; Donde$C$ es el valor del condensador.

1.1 Utilizando la primera formula:

1.1.1 Para el primer intervalo.

$$P_c(t) = -1{,}2\ t\ [kV] * \ -56.4\ [A]$$

$$P_c(t) = 67{,}68\ t\ [kW] \qquad 0 \le t < 1\ [ms] \qquad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.1.2 Para el segundo intervalo.

$$P_c(t) = \left[1{,}2\ t - 2{,}4\ [kV]\right] * \ 56.4\ [A]$$

$$P_c(t) = 67{,}68\ t - 135{,}36\ \ [kW] \quad 1 \le t \le 2[ms] \quad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.2 Utilizando la segunda fórmula:

1.2.1 Para el primer intervalo

$$P_c(t) = 47 * 10^{-6}\left[\frac{C}{V}\right] * \ -1{,}2 * 10^3\ t\ [V] * -\frac{d(1{,}2t)}{dt}\left[\frac{kV}{mS}\right]$$

$$P_c(t) = 47 * 10^{-6} \frac{[C]}{[V]} * -1{,}2 * 10^3 t\ [V] * -1{,}2 * 10^6 \frac{[V]}{[s]}$$

$$P_c(t) = 67{,}68 * 10^3\ t\ [W]$$

Manejo de unidades

$$\left[\frac{C}{V}\right] * [V] * \left[\frac{V}{S}\right]$$

$$\left[\frac{C}{V}\right] * [V] * \left[\frac{J}{C}\right] * \left[\frac{1}{S}\right]$$

$$\cancel{\left[\frac{C}{V}\right]} * \cancel{[V]} * \left[\frac{J}{\cancel{C}}\right] * \left[\frac{1}{S}\right]$$

$$\left[\frac{J}{S}\right]$$

$$[W]$$

$$P_c(t) = 67{,}68\ t\ [kW] \qquad 0 \le t < 1\ [ms] \quad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.2.2 Para el segundo intervalo

$$P_c(t) = 47 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] * (1{,}2t - 2{,}4)[kV] * \left(\frac{d(1{,}2t - 2{,}4)[kV]}{dt\ [ms]}\right) con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

$$P_c(t) = 47 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] * (1{,}2t - 2{,}4)[kV] * \ 1{,}2 * \ 10^6 \frac{[V]}{[S]}$$

$$P_c(t) = 56{,}4 \left[\frac{C}{S}\right] (1{,}2t - 2{,}4)[kV]$$

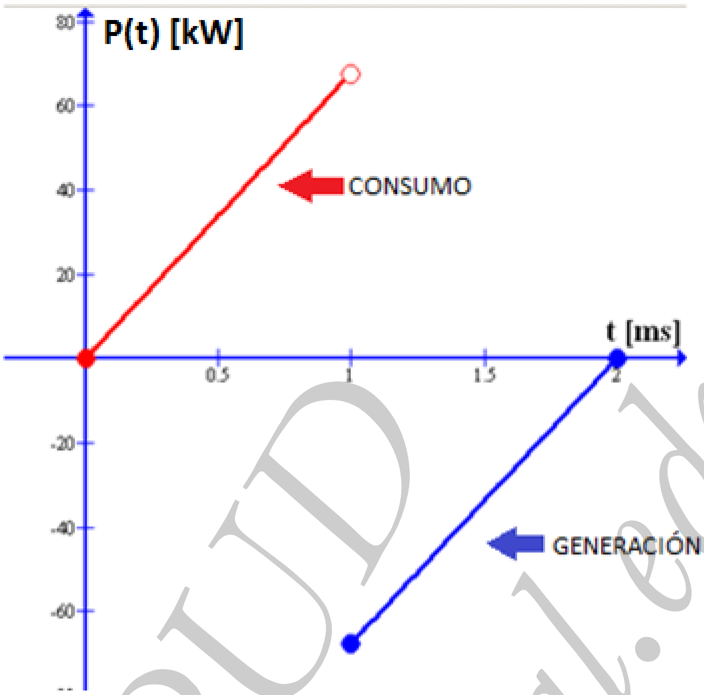
$$P_c(t) = 56{,}4\ (1{,}2t - 2{,}4) * 10^3 [W]$$

$$P_c(t) = 67{,}68 * 10^3\ t\ - 135{,}36 * 10^3 [W]$$

$$P_c(t) = 67{,}68\, t - 135{,}36\ \ [kW]\ \ 1 \le t < 2\ [ms] con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

Si se observan las repuestas realizadas por los dos métodos son iguales.

Gráfica 6. Potencia eléctrica en función del tiempo $P(t)$.




d) Determinar la energía consumida por el condensador:

1. Para determinar $E_c(t)$se puedeaplicar, la integral de la expresión de potencia.

$$E_c(t) = \int_{t0}^{t} P(t)\ dt + E_{(t0)}\ ; donde\ \ E_{(t0)} = 0\ [\,J\,]$$

Ó

$$E_c(t) = \frac{1}{2}\ C * V^2$$ ; Donde$C$ es el valor del condensador.

1.1 Utilizando la primera fórmula:

1.1.1 Para el primer intervalo.

$$E_c(t) = \int_{0[ms]}^{t} 68{,}67\ t\ [kW]\ dt + E_{(t0)}[\,J\,]con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

$$E_c(t) = \frac{68{,}67}{2} t^2 \Big|_{0[ms]}^{t} [kW].[mS] + 0\ [J]$$

$$E_c(t) = 33{,}84\ t^2 [\,J\,] 0 \leq t < 1\ [ms] \quad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.1.2 Para determinar el comportamiento de la energía en el segundo intervalo primero se determina la condición inicial.

$$E_{c_{(1ms)}} = 33{,}84 * (1^2) = 33{,}84\ [\,J\,]$$

$$E_c(t) = \int_{1[ms]}^{t} 68{,}67\, t\, [kW]\ dt - \int_{1[ms]}^{t} 135{,}36\, t\, [kW]\ dt + E_{(t0)}[J]$$

$$E_c(t) = \frac{68{,}67}{2} t^2 \Big|_{1[ms]}^{t} - 135{,}36\, t \Big|_{1[ms]}^{t} + 33{,}84[J]$$

$$E_c(t) = 33{,}84\, t^2 - 135{,}36\, t + 135{,}36\ [J]\ 1 \le t \le 2\ [ms]\ t\ expresado\ [ms]$$

1.2 Utilizando la segunda fórmula:

$$E_c(t) = \frac{1}{2} C V^2$$

1.2.1 Para el primer intervalo:

$$E_c(t) = \frac{1}{2} * 47 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] (-1{,}2 * 10^3\ t\ [V])^2$$

$$E_c(t) = \frac{1}{2} * 47 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] (1{,}44 * 10^6\ t^2 [V^2])$$

Manejo de unidades

$$\left[\frac{C}{V}\right] * V^2 = C * V$$

$$C * \frac{J}{C}$$

$$J$$

$$E_c(t) = 33{,}84\, t^2\ [J]\, 0 \le t \le 1\ [ms] \quad con\ t\ expresado\ en\ [ms]$$

1.2.2 Para el segundo intervalo:

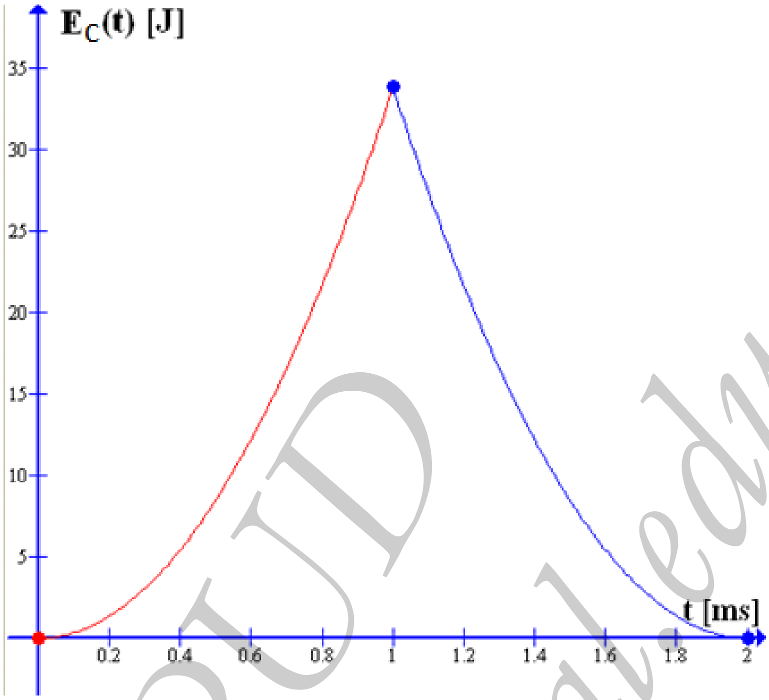
$$E_c(t) = \frac{1}{2} * 47 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] * (1{,}2 * 10^3\ t - 2{,}4 * 10^3 [V])^2$$

$$E_c(t) = 23{,}5 * 10^{-6} \left[\frac{C}{V}\right] * (1{,}44 * 10^6 t^2 - 5{,}76 * 10^6\ t + 5{,}76 * 10^6)[V^2]$$

$$E_c(t) = 33{,}84\, t^2 - 135{,}36\, t + 135{,}36\ [J]\ \ 1 \le t < 2\ [ms]\ t\ expresado\ [ms]$$

Se puede observar que la ecuación de energía para cada intervalo, es la misma por los dos métodos.

Gráfica 7. Energía eléctrica en función del tiempo $E_c(t)$.




Gráfica 8. Energía eléctrica en función del tiempo $E_c(t)$. Pendientes energía consumida y generada